

TWO PICTURES OF THE ITERATIVE HIERARCHY



MESTERBREV VED IDA MARIE MYRSTAD DAHL

Hva handler masteroppgaven din om?

Oppgaven min handler om uendelighet i matematikken. Mengdelæren er i stor grad læren om uendelige mengder, og en spesifikk oppfatning eller forståelse av mengder er den iterative oppfatningen. Denne oppfatningen er ofte sagt å fungere som en motivasjon for aksiomene i Zermelo–Fraenkels aksiomsystem for mengdelære med utvalgsaksiomet (ZFC), og fremkaller rent billedlig et mengdeunivers av hierarkisk struktur. Mengder formes på ulike nivåer eller stadier i hierarkiet. Ved ethvert nivå i hierarkiet formes alle de mengdene som kan formes fra mengder som er formet ved tidligere nivåer. Georg Cantor viste at det i matematikken finnes uendelige mengder av forskjellig størrelse. Det vil si at nokså høyt oppe i det iterative mengdehierarkiet formes større og større uendelige mengder. Men siden man hele tiden kan forme en mengde fra foregående tilgjengelige mengder, finnes det ingen universell mengde. Det er ulike syn på hvordan man skal forstå mengdehierarkiets struktur, og i oppgaven min undersøker jeg to ulike tolkninger av den iterative oppfatningen av mengder, som danner to ulike bilder av mengdehierarkiet. Den aktualistiske tolkningen sier at hierarkiet er en pluralitet som eksisterer faktisk, eller aktuelt. Det vil si at hierarkiet er uendelig mange mengder som alle eksisterer, men som ikke danner en mengde. Den potensialistiske tolkningen sier at alle mengdene i hierarkiet ikke kan sameksistere, og at hierarkiet derfor eksisterer potensielt. De to bildene av mengdehierarkiet er i all hovedsak to ulike tolkninger av hvordan uendelighet i matematikken skal forstås, og både potensialisten og aktualisten har stadig filosofihistorisk forankring, i henholdsvis Aristoteles' og Cantors begrep om uendelighet.

Hva argumenterer du for?

Aktualisten og potensialisten presenterer to tilsynelatende svært ulike forståelser av hierarkiets natur, men jeg mener å vise at begge tolkninger faktisk er holdbare tolkninger av den iterative oppfatningen. Samtidig argumenterer jeg for at ingen av tolkningene klarer å fullstendig tilfredsstillende de kravene som er satt for å opprettholde den iterative oppfatningens rolle som motivasjon for aksiomene i ZFC. Å velge den ene tolkningen fremfor den andre, innebærer med andre ord å gi avkall på et eller annet forhold som gjør den iterative oppfatningen bedre kvalifisert som motivasjon for ZFC. Ut ifra denne diskusjonen prøver jeg også å vise at forskjellen mellom de to bildene av hierarkiet ikke nødvendigvis er så stor som det er lett å få inntrykk av.

Hvorfor bør andre lese oppgaven din?

For meg har det tatt lang tid å lese og forstå litteraturen jeg har arbeidet med, og for de som er interessert i tematikken, er det mulig at oppgaven min kan være til hjelp for å sette seg inn i et veldig spennende område innenfor matematikkfilosofien.

Hva er dine planer for fremtiden?

Gjøre litt mer matematikk, og lese bøker.